

## חדוֹא 2 מ

### פרק 21 - אינטגרלים משולשים ו שימושיהם

#### תוכן העניינים

1. אינטגרלים משולשים ו שימושיהם.....

## אינטגרלים מושלמים ו שימושיהם

### שאלות

חשבו את האינטגרלים בשאלות 1-4 :

$$\int_0^1 \int_0^z \int_0^{x+z} 6xz dy dx dz \quad (1)$$

$$\int_0^3 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-z^2}} z e^y dx dz dy \quad (2)$$

$$B = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3\}, \iiint_B xyz^2 dV \quad (3)$$

$$B = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq z \leq 1+x+y\}, \iiint_B 6xy dV \quad (4)$$

חשבו את האינטגרלים בשאלות 5-8, על ידי שינוי סדר אינטגרציה :

$$\int_0^4 \int_0^1 \int_{2y}^2 \frac{4 \cos(x^2)}{2\sqrt{z}} dx dy dz \quad (5)$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_{x^2}^1 12xze^{zy^2} dy dx dz \quad (6)$$

$$\int_0^1 \int_{\sqrt[3]{z}}^1 \int_0^{\ln 3} \frac{\pi e^{2x} \sin \pi y^2}{y^2} dx dy dz \quad (7)$$

$$\int_0^2 \int_0^{4-x^2} \int_0^x \frac{\sin 2z}{4-z} dy dz dx \quad (8)$$

בשאלות 9-14 חשבו את **נפח הגוף** החסומים על ידי המשטחים :

$$z = 1 + x + y, z = 0, x + y = 1, x = 0, y = 0 \quad (9)$$

$$z = 0, z = x^2 + y^2, y = 1, y = x^2 \quad (10)$$

$$(x \geq 0) \quad z = 0, z = x^2 + y, y = 0.5x, y = 2x, y = \frac{2}{x} \quad (11)$$

$$z = 0, \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, 2y^2 = x \quad (12)$$

$$(z \geq 0) \quad x^2 + \frac{y^2}{4} = 1, z = y \quad (13)$$

$$z = x + y, z = 6, x = 0, y = 0, z = 0 \quad (14)$$

(15) חשבו את המסה ואת מרכזו הכבוי של גליל שגובהו  $h$  ורדיוס הבסיס שלו  $r$ .  
הניחו שהצפיפות בכל נקודה פרופורציונלית למרחק הנקודה מבסיס הגליל,  
כלומר, פונקציית הצפיפות היא מהצורה  $z = k(x, y, z) = k\delta(x, y, z) > 0$ .

(16) חשבו את מומנט ההתמד של התיבה ההומוגנית (פונקציית צפיפות קבועה)  
 $V = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c\}$   
 בטאו את התשובה באמצעות המסה של התיבה,  $M$ .

**תשובות סופיות**

1 (1)

$$\frac{1}{3}(e^3 - 1) \quad (2)$$

$$\frac{27}{4} \quad (3)$$

$$\frac{65}{28} \quad (4)$$

$$2\sin 4 \quad (5)$$

$$3e - 6 \quad (6)$$

$$4 \quad (7)$$

$$\frac{\sin^2 4}{2} \quad (8)$$

$$\frac{5}{6} \quad (9)$$

$$\frac{88}{100} \quad (10)$$

$$\frac{17}{6} \quad (11)$$

$$16\frac{1}{5} \quad (12)$$

$$\frac{8}{3} \quad (13)$$

$$36 \quad (14)$$

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \left(0, 0, \frac{2h}{3}\right), \quad M = \frac{1}{2}\pi kh^2r^2 \quad (15)$$

$$\frac{1}{3}M(a^2 + b^2) \quad (16)$$